Разработанные лабораторные занятия будут апробированы в 2002–2003 учебном году.

Литература

1. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной физике. М.: Наука, 1992.
2. Дьюн Дж. Психология и педагогика мышления. М: Лабиринт, 1999.
3. Дьяконов В. П. MathCAD 2000: учебный курс. СПб: Питер, 2000.
4. Дьяконов В. П.. MathCAD 8/2000: специальный справочник. СПб: Питер, 2000
5. Ксензонова Г. Ю. Перспективные школьные технологии: Учебно-методическое пособие. М.: Педагогическое общество России, 2000.
6. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергоатомиздат, 1988.
7. Ланда Л. Н. Алгоритмизация в обучении. М.: Просвещение, 1966.
8. Формирование алгоритмической культуры школьника при обучении математике. Пособие для учителей / Под ред. В. М. Монахова. М.: Просвещение, 1987.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

И. В. Беленкова
Нижнетагильский государственный педагогический институт

Курс «Численные методы» в учебном плане специальности «030100 – Информатика» предусмотрен Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования, в соответствии с которым студент физико-математического факультета должен знать и владеть конкретными численными методами решения различных задач, уметь выбрать адекватный метод решения поставленной задачи и реализовать его на персональном компьютере. Решение любой задачи из курса «Численные методы» определяется удачным выбором программного обеспечения и наглядностью промежуточных и окончательных результатов в виде таблиц, графиков и вычислений по формулам.

Необходимо отметить, что в ходе развития вычислительной техники происходила переоценка известных методов решения задач и методики преподавания курса «Численные методы». Изначально для решения задач использовались языки программирования (Basic, Pascal и др.) [1; 2], затем достаточно продолжительное время – электронные таблицы (Super Calc, Quattro Pro, Excel) [3; 4]. Сегодня, с нашей точки зрения, в курсе «Численные методы» наиболее целесообразно использовать какой-либо математический пакет. Это позволяет повысить эффективность учебного процесса за счет перераспределения времени, необходимого на выполнение рутинных операций, в пользу исследования проблемы, анализа данных, моделирования, тестирования, проверки существования решения, оптимизации, документирования и оформления результатов.

На сегодняшний день на рынке прикладного программного обеспечения представлено большое количество различных математических пакетов (MathCAD, Mathlab, Derive, Maple, Mathematica, Reduce Theorist и др.), которые имеют мощные вычислительные и графические средства, позволяющие сосредоточиться на существе поставленной задачи, опустить «хитрости» языков программирования и команд операционной системы. Ядро любого такого пакета состоит из большого количества пользовательских функций, а основные шаблоны операций оформлены в панели инструментов, которые легко визуализируются и используются пользователем. В данных пакетах имеется также блок символьной математики, позволяющий получить решение в виде формулы.

Необходимо отметить, что в настоящее время отсутствуют устоявшиеся методики использования данных пакетов в курсе «Численные методы».

Большинство учебников и пособий по курсу «Численные методы» можно разделить на две группы. К первой мы относим новые классические учебники, которые содержат лишь теоретический материал. В них авторы используют подход «от теории» и не доходят до практической реализации рассматриваемых методов [5]. В других представлены материалы для проведения лабораторных работ без ориентации на использование вычислительной техники [6; 7]. Вторая группа – это учебники и пособия, посвященные математическим пакетам [8; 9], где описываются встроенные функции, которыми реализуется тот или иной метод без обсуждения его сути.

С нашей точки зрения, в преподавании курса «Численные методы» наиболее эффективная методическая система обучения может быть построена на основе объединения описанных выше подходов. Продемонстрируем эффективность предлагаемого нами подхода на примере изучения темы «Численные методы решения уравнений».

Пусть дано уравнение

$$F(x) = 0, \qquad (1)$$

где функция $F(x)$ – определена, дифференцируема и непрерывна на интервале $[a, b]$.

Нахождение решения уравнения численным методом осуществляется в два этапа:

1) отделение корней (нахождение достаточно малой окрестности, в которой содержится одно значение корня);

2) уточнение корней (нахождение их одним из численных методов с некоторой степенью точности).

Отделение корней можно проводить аналитически или графически.

Для уточнения корней можно воспользоваться различными численными методами: методом половинного деления, методом хорд, методом касательных, комбинированным методом хорд и касательных, методом простой итерации и др.

Рассмотрим реализацию метода касательных для решения уравнения $e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)=0$ с использованием языка программирования Pascal, электронной таблицы Excel и пакета MathCAD с точностью $\varepsilon = 0{,}001$.

I. Решение с использованием языков программирования.

1 этап. Отделение корней.

```
program otdelkor;
var y1,y2,a,b,h,x1,x2:real;
    k:integer;
function f(x:real):real;
    begin f:=exp(x)*(2-x)-ln(0.5*x+3) end;
begin
 read(a,b,h);
 k:=0;
 x1:=a;x2:=x1+h;y1:=f(x1);
 while x2<b do
   begin
     y2:=f(x2);
     if y1*y2<0 then
        begin k:=k+1;
          writeln(k,'-й корень',' [',x1:3:2,';',x2:3:2,']');
        end;
     x1:=x2;x2:=x1+h;y1:=y2;
   end;
end.
```

Запустим программу со значениями a = –5, b = 2, h = 0.1.

Результатом выполнения программы otdelkor будут три отделенных корня уравнения $e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)=0$:

1-й корень [–3.70; –3.60];
2-й корень [–1.50; –1.40];
3-й корень [1.70;1.80].

Уточним третий корень.

2 этап. Уточнение корня.

```
program d;
var a,b,e:real;
   i:integer;
function f(x:real):real;
              begin  f:=exp(x)*(2-x)-ln(0.5*x+3); end;
function ff(x:real):real;
              begin ff:=exp(x)*(2-x)-0.25/(0.5*x+3); end;
function fff(x:real):real;
              begin fff:=-x*exp(x)+0.25/(0.5*x+3)^2; end;
begin
e:=0.001;
read(a,b);
if f(a)*fff(a)>0 then begin a:=b; b:=a end else begin a:=a; b:=b end;
writeln('n  a[n]  f(a[n])  ff(a[n])  f(a[n])/ff(b) ');
```

```
while abs(f(a)/ff(b))>e do
        begin
                a:=a-f(a)/ff(a);
                writeln(i, a:7:4,' ',f(a):7:4,' ',ff(a):7:4,'   ',abs(f(a)/ff(b)):7:5);
                i:=i+1;
        end;
end.
```

Результатом запуска этой программы будет таблица значений последовательности, приводящей к корню уравнения:

i	a_n	$f(a_n)$	$ff(a_n)$	$f(a_n)/ ff(b)$
0	1.7742	–0.0266	–4.6934	0.00536
1	1.7686	–0.0002	–4.6344	0.00003

Написание программы на языке программирования требует знания языка программирования, которое, как показывает практика преподавания, не всегда соответствует требуемому уровню, что существенно затрудняет решение задач. (К тому же некоторые функции (например, lg(x), x^3) в языке Паскаль не могут быть заданы явно, их необходимо определять через другие функции).

II. Решение с использованием электронной таблицы.

1. Создание таблицы значений аргумента и функции для отделения корней уравнения.

Заполнить ряд значений x на интервале [–5; 2] с шагом 1. Для этого:

– ввести в ячейку A2 число –5;

– в ячейку A3 число –4;

– выделить диапазон ячеек A2:A3 и заполнить ряд значений до 2 (установить курсор на правый нижний угол ячейки A3 и при нажатой левой кнопке мыши протянуть вниз до тех пор, пока не дойдешь до 2).

В ячейку B2 записать функцию по правилам языка Excel:
=exp(x)*(2-x)-ln(0,5*x+3) (не забываем, что формула в Excel начинается со знака =).

Скопировать полученную формулу в диапазон B3:B16

Получим таблицу значений заданной функции на выбранном интервале значений аргумента.

	A	B
1	x	f(x)
2	–5	0,740313
3	–4,5	0,359891
4	–4	0,109894
5	–3,5	–0,05706
6	–3	–0,15653
7	–2,5	–0,19023
8	–2	–0,15181
9	–1,5	–0,02997
10	–1	0,187348

11	–0,5	0,504726
12	0	0,901388
13	0,5	1,294427
14	1	1,465519
15	1,5	0,919089
16	2	–1,38629

2. Построение графика функции.

Выделить диапазон значений функции вместе с название столбца (т.е. B1:B16).

Запустить мастер диаграмм, нажав кнопку .

Выбрать тип графика (График) и его вид (первый).

Задать подписи по оси OX.

– Закладка РЯД

– Подписи по оси OX

– Указать диапазон ячеек со значениями аргумента (A2:A16)

Внести параметры диаграммы

– Название (Отделение корней уравнения)

– Оси (x, y)

– Легенду расположить внизу

Рис. 1. Отделение корней уравнения $e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)=0$ с помощью Excel

На рис. 1 видно, что уравнение имеет три корня – на отрезке [–4; –3], [–2; –1] и [1,5; 2]. Отрезок, на котором будем уточнять корень – [1,5; 2].

3. Уточнение корня уравнения с помощью метода касательных.

Определение неподвижной точки.

Создание таблицы значений аргумента, функции и значений второй производной.

– заполнить ряд значений x;

– ввести формулу заданной функции $f(x)=e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)$ по правилам электронной таблицы (=exp(x)*(2–x)–ln(0,5*x+3));

– ввести формулу второй производной заданной функции $f(x)=e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)$ по правилам электронной таблицы.

(= –exp(x)–0,25/(0,5*x+3)^2).

Получим таблицу значений.

x	f(x)	f''(x)
1,5	0,919	–6,705
1,6	0,646	–7,908
1,7	0,294	–9,289
1,8	–0,151	–10,873
1,9	–0,705	–12,687
2	–1,386	–14,762

Анализируя ее, видим, что в точке x = 2 значение функции и второй производной имеют один знак (отрицательный). Значит, в качестве неподвижной точки возьмем точку x = 2.

Создание таблицы, реализующей метод касательных.

В таблицу занесены формулы: рекуррентной формулы метода касательных, исходной функции, первой производной функции, а также критерий достижения заданной точности:

i	X	f(x)	f'(x)	f(x)/f'(2)<0,001
0	1,5	=EXP(B17)*(2–B17)–LN(0,5*B17+3)	=EXP(B17)*(1–B17)–0,5/(0,5*B17+3)	=ABS(C17/(–14,762))<0,001
1	=B17–C17/D17	=EXP(B18)*(2–B18)–LN(0,5*B18+3)	=EXP(B18)*(1–B18)–0,5/(0,5*B18+3)	=ABS(C18/(–14,762))<0,001
2	=B18–C18/D18	=EXP(B19)*(2–B19)–LN(0,5*B19+3)	=EXP(B19)*(1–B19)–0,5/(0,5*B19+3)	=ABS(C19/(–14,762))<0,001
3	=B19–C19/D19	=EXP(B20)*(2–B20)–LN(0,5*B20+3)	=EXP(B20)*(1–B20)–0,5/(0,5*B20+3)	=ABS(C20/(–14,762))<0,001

Для третьей итерации получили, что критерий выполнился, значит, решением уравнения будет являться число x = 1,769 с точностью ε = 0,001.

i	x	f(x)	f'(x)	f(x)/f'(2)<0,001	
0	1,5	0,919	–2,374	ЛОЖЬ	
1	1,887	–0,627	–5,982	ЛОЖЬ	
2	1,782	–0,065	–4,778	ЛОЖЬ	
3	1,769	–0,001	–4,636	ИСТИНА	<0,001

4. Можно проверить найденное решение с помощью встроенной функции. *Подбор параметра:*

Создать дополнительную таблицу, для этого:

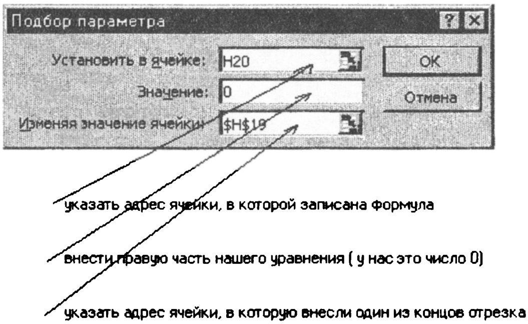
– в ячейку H19 внести один из концов отделенного отрезка (пусть это будет число 1,5);

– в ячейку H20 занести формулу, описывающую данное уравнение =exp(H19)*(2–H19)–ln(0,5*H19+3);

	H
19	1,5
20	0,919

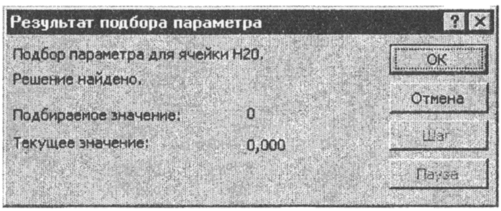
Сервис \ Подбор параметра

– В появившемся окне заполним строки:



Щелкнуть ОК.

В результате появится окно, в котором будет описан результат подбора параметра, а в ячейке H19 – корень нашего уравнения



	H
19	1,768348
20	0,000

Недостаток электронной таблицы состоит в том, что приходится вычислять производные функции вручную, что повышает вероятность появления ошибки.

III. Решение с использованием математического пакета MathCAD

1. Отделение корней.

Задать диапазон значений x

x: –5, –4,5..2

Задать функцию $f(x) = e^x(2 - x) - \ln(0{,}5 \cdot x + 3)$

Построить график функции $f(x)$. Получили три интервала [–4; –3], [–2; –1], [1,5; 2].

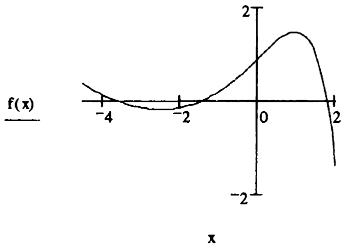


Рис. 2. Отделение корней уравнения $e^x(2-x)-\ln(0{,}5\cdot x+3)=0$ графическим методом

Уточним третий корень.

2. Определение неподвижной точки.

Для этого определим знаки функции и второй производной данной функции на отделенном интервале [1; 2].

$a := 1.5 \quad b := 2$

$f(x) := (2-x)\cdot\left(e^x\right) - \ln(0.5\cdot x+3)$

$f\_2pr(x) := \frac{d^2}{dx^2}f(x)$

$nt := \begin{vmatrix} a & \text{if } f(a)\cdot f\_2pr(a) \ge 0 \\ b & \text{otherwise} \end{vmatrix}$

$nt = 2$

3. Вычисление и визуализация итерационной последовательности с использованием рекуррентной формулы метода касательных.

$i := 0..5$

$a := 1.5 \quad b := 2$

$f(x) := (2-x)\cdot\left(e^x\right) - \ln(0.5\cdot x+3)$

$dz(x) := \frac{f(x)}{\frac{d}{dx}f(x)}$

$x_0 := a$

$x_{i+1} := x_i - dz\left(x_i\right)$

$f\_1pr(x) := \frac{d}{dx}f(x)$

$x_i =$	$\left\lvert \frac{f\left(x_i\right)}{f\_1pr(nt)} \right\rvert =$
1.5	0.122
1.887	0.083
1.782	$8.624\cdot10^{-3}$
1.769	$1.285\cdot10^{-4}$
1.769	$2.99\cdot10^{-8}$
1.769	$1.625\cdot10^{-15}$

Анализируя полученные значения, можно сказать, что решением уравнения будет значение x = 1,769 при n = 3, т. к. на этом шаге выполнился критерий достижения заданной точности: $\left|\dfrac{f(x_3)}{f\_1pr(x_3)}\right| = 1{,}285\cdot 10^{-4} < 0{,}001$.

4. Создание программы, реализующей метод касательных.

$$
fKasat(a,\varepsilon) := \left|
\begin{array}{l}
n \leftarrow 0 \\
az_n \leftarrow a \\
\text{while } \left|\dfrac{f(az_n)}{f\_1pr(nt)}\right| > \varepsilon \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
az_{n+1} \leftarrow az_n - \dfrac{f(az_n)}{f\_1pr(az_n)} \\
n \leftarrow n+1
\end{array}\right. \\
\begin{pmatrix} az_n \\ n \end{pmatrix}
\end{array}\right.
$$

$$
fKasat(a, 0.001) = \begin{pmatrix} 1.769 \\ 3 \end{pmatrix}
$$

Здесь первое число – решение уравнения методом касательных, а второе – количество итераций, за которое это решение получается, с учетом критерия достижения заданной функции.

5. Проверка полученных результатов.

В пакете MathCAD есть несколько функций, позволяющих решать уравнения.

1 способ.

$x := 2$

$\mathrm{root}(f(x), x) = 1.769$

2 способ.

$x := 2$

Given

$(2 - x)\cdot\left(e^{x}\right) - \ln(0.5\cdot x + 3) = 0$

$\mathrm{Find}(x) = 1.769$

Действительно, построив график функции $f(x) = e^{x}(2-x) - \ln(0{,}5\cdot x + 3)$ (рис. 3) и график найденных значений приближенного решения по рекуррентной формуле метода касательных (рис. 4), можно получить число x = 1,769.

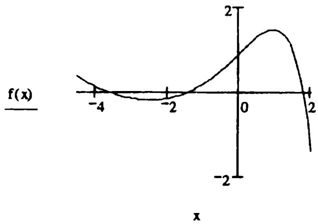


Рис. 3. График функции $f(x) = e^x(2-x) - \ln(0{,}5 \cdot x + 3)$ на отрезке [–5; 2]

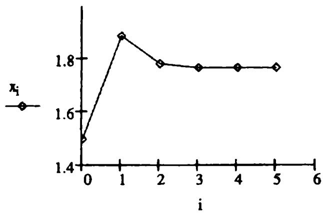


Рис. 4. Зависимость значения корня уравнения $e^x(2-x) - \ln(0{,}5 \cdot x + 3) = 0$ от номера шага итерации

График (Рис. 5) показывает, что заданная точность ε при решении уравнения методом касательных достигается на третьем шаге.

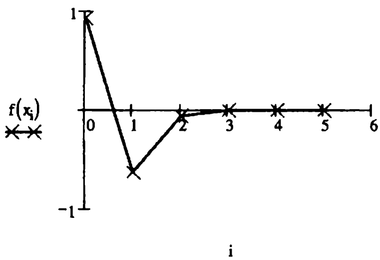


Рис. 5. Визуализация значения функции $f(x) = e^x(2-x) - \ln(0{,}5 \cdot x + 3)$ на каждом шаге итерационного процесса

Ответ. Решением уравнения будет число x = 1,769 с точностью ε = 0,001.

Отметим, что описанные методики решения предложенной задачи позволяют провести сравнительный анализ возможностей использованных программных средств (см. табл.).

№	Критерий сравнения	Программное средство		
		Pascal	Excel	MathCAD
1	Наличие графики	Необходимо подключать дополнительную библиотеку	+	+
2	Возможность создания программ	+	Необходимо знать основы языка Visual Basic	+
3	Вид написания формул	Не соответствует обычной нотации	Не соответствует обычной нотации	Максимально приближен к обычной нотации

Из табл. 1 видно, что при изучении курса «Численные методы» наиболее целесообразно использовать математические пакеты, например, такие, как пакет MathCAD. Это позволяет повысить наглядность представления изучаемого материала и активизировать исследовательскую деятельность студентов.

Литература

1. Заварыкин В. М., Житомирский В. Г., Лапчик М. П. Численные методы. М.: Просвещение, 1991.
2. Мудров А. Я. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, Паскаль. Томск: Малое гос. ред. предприятие «РАСКО», 1991.
3. Васильков Ю. В., Василькова Н. Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2002.
4. Беленкова И. В. Численные методы: Учебные материалы к лабораторным работам по курсу «Численные методы». Нижний Тагил, 1996.
5. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
6. Вержбицкий В. М. Численные методы: Линейная алгебра и нелинейные уравнения. М.: Высшая школа, 2000.
7. Вержбицкий В. М. Численные методы: Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Высшая школа, 2001.
8. Плис А. И., Сливина Н. А. MathCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2002.
9. Дьяконов В. П., Абраменкова И. В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet. М.: Нолидж, 1998.

АНАЛИЗ ОПЫТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

С. В. Поршнев
Нижнетагильский государственный педагогический институт

Анализ научно-методической литературы свидетельствует о все более широком использовании информационных технологий в преподавании физики. Информационные технологии, наиболее часто применяемые в учебном процессе, можно разделить на две группы: 1) технологии, ориентированные на локальные компьютеры (обучающие программы; компьютерные модели физических процессов; демонстрационные программы; компьютерные лаборатории; лабораторные работы; электронные задачники; контролирующие программы; дидактические материалы); 2) сетевые технологии, использующие локальные сети и глобальную сеть Internet (электронный вариант методических рекомендаций, пособий, описаний лабораторных работ; аудио- и видеоматериалы о постановке и проведении различных физических экспериментов, лекций и т. п.; серверы дистанционного обучения, обеспечивающие интерактивную связь с учащимися через Internet, в том числе и в режиме реального времени).