Литература

1. Стариченко Б. Е., Стариченко Е. Б., Данилина И. И. Нефедова Н. М. Системно-объектный подход в курсе информатики школы и колледжа. // Информатизация образования–2001. Мат. Всеросс. науч.-практ. конф. / УрГПУ. Екатеринбург, 2001. С. 254–257.

2. Стариченко Е. Б. Последовательность формирования базовых понятий при системно-объектном построении курса информатики // Повышение эффективности подготовки учителей физики, информатики, технологии в условиях новой образовательной парадигмы. Материалы всеросс. науч.-пр. конф. Екатеринбург: УрГПУ, 2001. С. 87–88.

3. Стариченко Е. Б. Реализация системно-объектного подхода при освоении пакетов прикладных программ // Информатика и информационные технологии в образовании. Сб. науч. тр. Екатеринбург: УрГПУ, 2002. С. 110–116.

ФОРМИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИ ОСЦИЛЛЯТОРА ДУФФИНГА

Р. Е. Рыльцев

Нижнетагильский государственный педагогический институт

В связи с широкой распространенностью в природе колебательных процессов их изучение играет большую роль в вузовском курсе физики. Однако процесс изучения физики колебаний в вузе сопряжен с рядом методических трудностей. Здесь можно выделить сложности, связанные с громоздкостью математического аппарата теории колебаний, недостатком часов, отведенных на ее изучение и др. В работе [1] нами были рассмотрены некоторые из них и предложены возможные пути их решения. В данной работе нам хотелось бы остановится на одном из серьезных, на наш взгляд недостатков классических курсов теории колебаний. Изучение данной темы в вузе, как правило, ограничивается изложением теории линейных колебаний. Тем не менее, изучение нелинейных явлений играет огромную роль в современной физике. В связи с развитием ВТ в последние десятилетия теория нелинейных колебаний чрезвычайно бурно развивалась и продолжает развиваться по сей день. В этой области получено множество интересных результатов, подчеркивающих принципиально иной характер поведения нелинейных систем. Так, например, были обнаружены хаотические колебания – одно из наиболее интересных свойств нелинейных систем [2; 3].

Однако изучение нелинейных процессов требует применения весьма сложного математического аппарата, что делает невозможным подробное рассмотрение теории нелинейных колебаний в неспециализированных вузах (например, педагогических). Тем не менее, общие закономерности поведения нелинейных систем можно продемонстрировать с помощью численного расчета их параметров и анализа различных графических зависимостей. При этом наиболее удобными оказываются интегрированные математические пакеты, которые, в частности, позволяют просто и эффективно решать системы дифференциальных уравнений и графически визуализировать полученные результаты. Для этих целей нами был выбран пакет MathCAD, который по ряду причин наиболее подходит для применения в педагогическом процессе [4]. В данной среде нами была написана программа, реализующая математическую модель осциллятора Дуффинга – одной из известных нелинейных систем. В данной работе приведен листинг указанной программы, а также обсуждаются возможные пути ее внедрения в педагогический процесс.

Осциллятор Дуффинга – это модель тела, совершающего колебательного движения под воздействием нелинейной пружины и внешней вынуждающей силы. Она интересна тем, что при определенных значениях параметров в системе возникают хаотические колебания. Уравнение движения Осциллятора Дуффинга имеет вид:

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x^3 = B\cos(t). \tag{1}$$

Стандартным методом изучения колебательных систем (как линейных, так и нелинейных) является анализ зависимости $x(t)$, фазового портрета $\dot{x}(x)$, а также спектра $x(t)$. Используя возможности пакета MathCAD, несложно получить эти характеристики и построить соответствующие графические зависимости. Отметим, что список рассматриваемых характеристик не претендует на полноту. Мы сознательно опускаем такие методы исследования, как построение отображения Пуанкаре, анализ показателей Ляпунова, оценка фрактальной размерности фазового пространства и т. д. [2; 3]. Нам важно лишь качественно продемонстрировать основные особенности нелинейных систем и ввести некоторые наиболее важные понятия, для чего вполне достаточно указанных методов.

Несомненную ценность для педагогического процесса представляет возможность изменения параметров системы и пересчета всех его характеристик в реальном масштабе времени. Это позволяет наглядно и быстро продемонстрировать поведение системы при различных значениях управляющих параметров и провести обсуждение полученных результатов. Поведение осциллятора Дуффинга при различных значениях α, β и B представлено на рис. 1, 2, 3. На рис. 1 приведены результаты расчета при $\beta = 0$. В этом случае система является линейной. В полном согласии с линейной теорией колебаний в системе после непродолжительного переходного процесса наступает установившийся режим (рис. 1а). Соответственно фазовый портрет представляет собой классический предельный цикл (рис. 1б). Спектр системы, как и следовало ожидать, содержит две гармоники (рис. 1в), причем несложно проверить, что частота одной из них совпадает с частотой вынуждающей силы.

При «включении» нелинейности, т. е. при $\beta \neq 0$ поведение системы зависит от соотношения всех управляющих параметров. Так, например при $\alpha = 0.1$, $\beta = 1$, B = 1 поведение системы хотя и представляется довольно сложным, но все же остается регулярным (не хаотическим) (рис. 2). Одним из критериев наступления хаотического режима является непрерывность спектра зависимости $x(t)$ [3]. Из рис. 2.а видно, что спектр, хотя и содержит большое число гармоник, но все же остается дискретным.

Наконец, при $\alpha = 0.001$, $\beta = 1$, $B = 20$ (разумеется, это только одна из возможных комбинаций) в системе наступает хаотический режим. Из рис. 3 видно отличие рассмотренных выше зависимостей от регулярного режима: зависимость $x(t)$ перестает быть периодической (рис. 3а), спектр становится непрерывным (рис. 3в), резко усложняется вид фазового портрета (рис. 3б).

Таким образом, используя возможности пакета MathCAD, мы можем легко продемонстрировать поведение осциллятора Дуффинга при различных значениях управляющих параметров. В приложении приводится документ пакета MathCAD, позволяющий рассчитать все указанные характеристики. Отметим, что реализация моделей различных динамических систем в пакете MathCAD производится с помощью набора стандартных функций [5, 6] и, как правило не представляет особых трудностей.

Данная программа может быть использована на занятиях, посвященных основным принципам нелинейной механики в качестве лекционной демонстрации. Демонстрация и анализ приведенных графических зависимостей поможет более быстро и качественно сформировать такие фундаментальные понятия, как простой и странный аттрактор, предельный цикл, спектр, фазовый портрет, а также качественно продемонстрировать основные отличия в поведении линейных и нелинейных систем, регулярного и хаотического режимов и т. д. Отметим, что в качестве исходной модели можно взять любую нелинейную систему, обнаруживающую хаотическое поведение. Большое число таких систем можно найти, например, в [3].

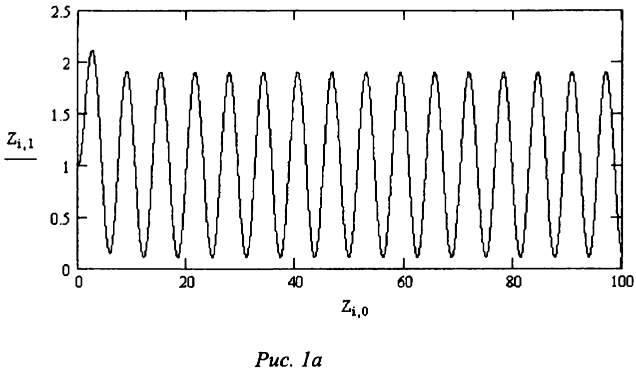

Рис. 1а

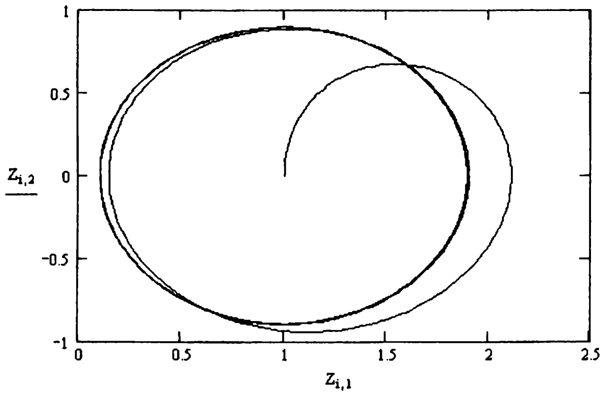

Рис. 1б

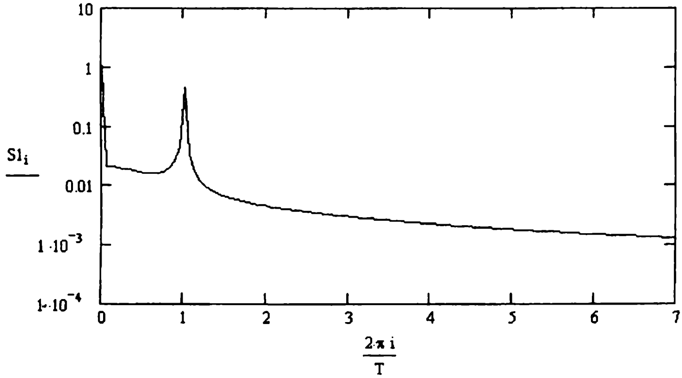

Рис. 1в

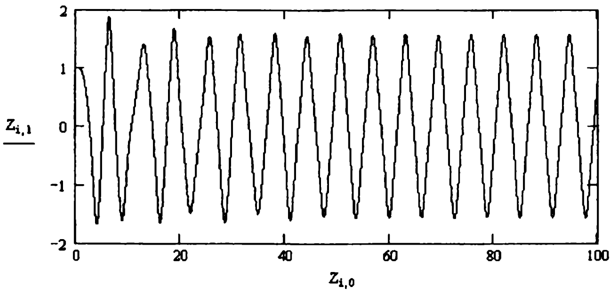

Рис. 2а

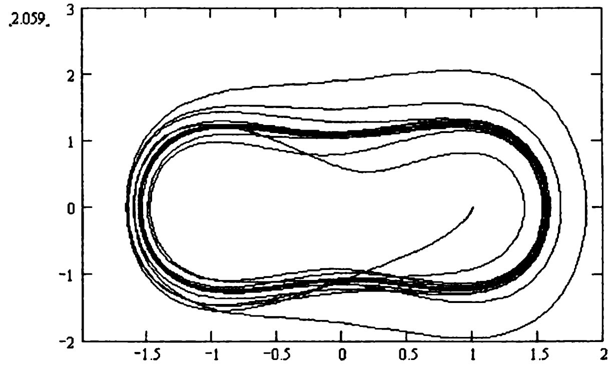

Рис. 2б

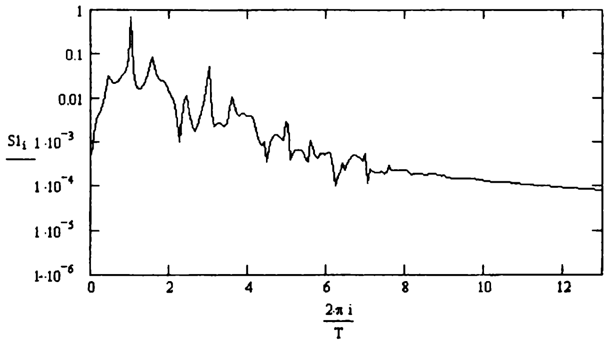

Рис. 2в

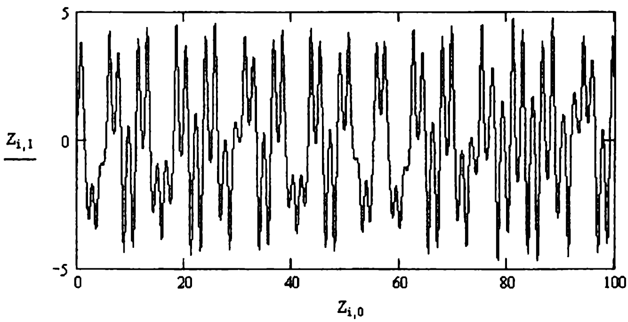

Рис. 3а

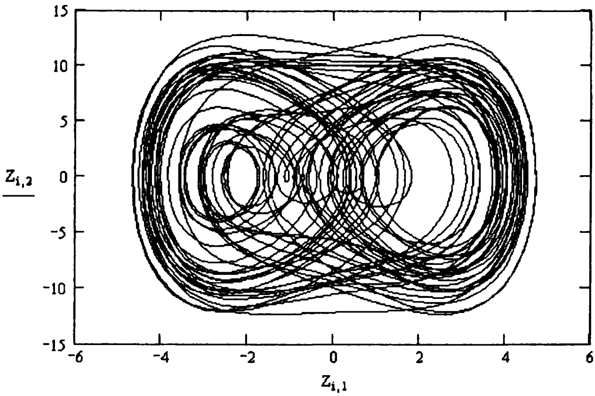

Рис. 3в

Приложение

Пакет программ для исследования осциллятора Дуффинга.

Задания значения управляющих параметров

$\alpha := 0.001$ $\beta := 1$ $B := 20$

Задание временного интервала и числа отрезков его разбиения

$T := 150$ $Np := 3000$

Задание начальных условий

$$y := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Определение вектор-функции, возвращающей значения вторых производных

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ -(\alpha \cdot y_1) - \beta (y_0)^3 + B \cdot \cos(t) \end{bmatrix}$$

Решение уравнения движения (1) методом Рунге-Кутта 4-го порядка

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, 0, T, Np, D)$

Определение спектра зависимости *x(t)* $i := 0..\ Np - 1$

$X_i := Z_{i,1}$

$S := \mathrm{CFFT}(X)$

$S1_i := |S_i|$

Литература

1. Рыльцев Р. Е., Фискинд Е. Э. Об интегративном курсе «Применение комплексных чисел в физике» // Роль межпредметных связей в системе развивающего обучения. Материалы международной научно-практической конференции. (Приложение к журналу «Наука, культура, образование»). Горно-Алтайск, 2001.

2. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Меркурий-Пресс, 2000.
3. Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990.
4. Поршнев С. В. Персональный компьютер в вузовском курсе физики // Учебный физический эксперимент в высшей школе 1998. № 2. С. 3–8.
5. Кирьянов Д. В. Самоучитель MathCAD 2001. СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
6. Дьяконов В. П. Справочник по MathCAD PLUS 6.0. М.: «СК Прогресс», 1997.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПОЧЕК В ПАКЕТЕ MathCAD

С. В. Поршнев, Р. Е. Рыльцев
Нижнетагильский государственный педагогический институт

Модели линейных цепочек, совершающих вынужденные колебания, применяются в различных областях физики: физике твердого тела, радиофизике и т. п. Отмеченные обстоятельства определяют целесообразность рассмотрения данных моделей в соответствующих курсах физики. Однако, несмотря на то, что общие методы решения данной задачи известны [1], их практическая реализация сопряжена с рядом трудностей. Прежде всего, аналитическое решение данной задачи удается найти только при условии, что система обладает определенной симметрией [2]. Но даже в этом случае решение ищется лишь в установившемся режиме и для частот, далеких от резонанса. Для переходных процессов при резонансных частотах хотя и удается найти аналитическое решение для малого количества осцилляторов (2–3), но оно оказывается настолько громоздким, что для его анализа приходится применять ПК. Очевидно, что для исследования таких систем представляется целесообразным использовать численные методы.

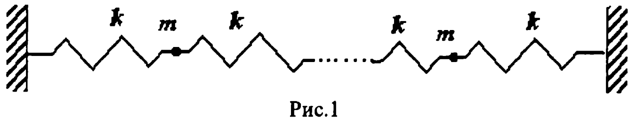

Рис.1

В данной работе описывается методика использования пакета MathCAD для моделирования движения колебательной системы, состоящей из N шариков равной массы, связанных друг с другом пружинками одинаковой жесткости (рис.1), под действием периодической вынуждающей силы $f(t) = A\cos(\gamma t)$, приложенной к крайнему шарику.

Уравнения движения шариков имеют вид:

$$\ddot{x}_1 + \omega_0^2(2x_1 - x_2) = A\cos(\gamma t),$$
$$\ddot{x}_i + \omega_0^2(2x_i - x_{i-1} - x_{i+1}) = 0, \qquad i = 2\ldots N-1 \quad (1)$$
$$\ddot{x}_N + \omega_0^2(2x_N - x_{N-1}) = 0, \qquad \text{где } \omega_0^2 = k/m.$$