

- объем и усвоенных знаний, умений и навыков со среднеквадратичной погрешностью измерения;
- достижение продуктивного уровня обученности и среднеквадратичную погрешность его измерения.

Рассмотренная методика измерений результативности эксперимента может быть использована для оценки качества изучения и других предметов.

Литература

1. Программно-методические материалы: Информатика. 7–11 кл / Сост. Л. Е. Самовольнова. М. Дрофа, 2001.
2. Оценка качества подготовки выпускников средней (полной) школы по информатике / А. А. Кузнецов, Л. Е. Самовольнова, Н. Д. Угринович. М. Дрофа, 2001.
3. Шишов С. Е., Кальней В. А. Мониторинг качества образования в школе. М.: Педагогическое общество России, 1999.
4. Фресс П. и Пиаже Ж. Экспериментальная психология. Вып. I и II. М.: Изд. «Прогресс», 1966. (гл. IV. М. Решлен. Измерение в психологии. С. 195–238).
5. Битинас Б. Многомерный анализ в педагогике и педагогической психологии. Вильнюс, 1971.
6. Фридман Л. М. О корректном применении статистических методов в психолого-педагогических исследованиях / Советская педагогика. 1971. № 3.
7. Каплан В. Е., Каплан М. В. К математическому и программному обеспечению мониторинга успеваемости: Материалы X Международной конференции «Применение новых технологий в образовании». 1–4 июля 1999 г. Троицк, 1999.
8. Каплан В. Е., Каплан М. В. К основам статистической обработки успеваемости в системе мониторинга качества образования / Стандарты и мониторинг в образовании. 1999. № 5, С. 32–39.
9. Каплан В. Е., Каплан М. В. Может ли отличник получать «двойки»? (к теории статистики качества образования) / Школьные технологии 1999. С.16–20.
10. Каплан М. В. Компьютерная интерпретация текущей успеваемости как информативности оцениваемых знаний: Сб. трудов IX международной конференции-выставки «Информационные технологии в образовании» 9–12 ноября 1999 г. Часть III. Москва: МИФИ, 1999. С. 139–141.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО РАС- ПРЕДЕЛЕНИЯ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

М. В. Мащенко

Нижнетагильский государственный педагогический институт

Построена математическая модель статистического распределения случайных величин, являющихся оценками качества усвоения учебного материала по результатам срезов (самостоятельных и контрольных работ, тестирования и т. п.).

В [1] показано, что обычно используемые школьные оценки («5», «4», «3», «2») являются случайными ранговыми величинами, которые, однако, можно использовать для количественной характеристики объема знаний,

умений, навыков (v) и достижения продуктивного уровня обученности (u). Эти показатели измеряются нами в % от их общего объема и уровня, предусмотренных стандартом образования. Приближенная зависимость показателей от оценок (x , баллы) показана на рис. 1.



Данные зависимости позволяют использовать вместо статистической модели оценок (x) распределение показателей (v и u).

По результатам подгонки статистической модели можно судить, как показано далее, об однородности выборок оценок, обладающих следующими свойствами [2]:

1. Выборка однородная в учебном и статистическом смысле, что отражает обычные условия учебного процесса.
2. Выборка с большим рассеянием, значимо превышающим случайные флуктуации уровня усвоения материала и его оценивания, что указывает на аномальное проявление этих факторов.
3. Несогласие модели с выборкой указывает на неоднородность последней и ее смешанный характер с проявлением нескольких распределений (например, для групп с нормальным и слабым уровнями усвоения материала или разной методикой оценивания).

Статистическая модель, учитывающая сущность и особенности однородного рассеяния оценок, построена нами как конечное состояние случайной последовательности флуктуаций следующих факторов:

- 1) знаний и умений того или иного учащегося, что зависит от уровня усвоения темы, подготовки по ней, пропусков уроков и, наоборот, дополнительных занятий, интереса к вопросу и т. п.;
- 2) условий контроля (понимания вопроса учащимся, благожелательностью обстановки, трудностью задания, объективностью оценивания, использования шпаргалок, подсказок и т. п.).

Следовательно, оценка определяется суперпозицией, во-первых, большого числа слабо связанных случайных событий, влияющих на уровень знаний, умений и навыков, во-вторых, накладывающегося множества искажающих факторов в силу несовершенства методики контрольных мероприятий.

Влияние всех этих случайных причин приводит к вариации оценок ученика в диапазоне от «2» до «5», рассматриваемой как стохастический процесс с независимыми приращениями типа одномерного броуновского движения в ограниченной области. Предполагается, что последовательность небольших изменений на оценочной оси при достижении минимально или максимально возможных оценок отражается внутрь области допустимых значений, так как:

1) неудовлетворительное выполнение задания не может получить менее 2 баллов, но при продолжении усилий остается некоторая вероятность повышения оценки;

2) правильное выполнение работы оценивается не выше, чем на 5 баллов с возможностью уменьшения за ошибки при завершении задания, например, в окончательном оформлении.

Наглядной моделью такого распределения является рассеяние песчинок, высыпаемых из точечного источника на горизонтальную область, ограниченную вертикальными стенками. Если границы удалены от центра рассеяния на достаточное расстояние по сравнению со средним отскоком, то формируется симметричная совокупность песчинок, отвечающая нормальному закону распределения случайных величин. Если границы области рассеяния достигаемы и песчинки от них отражаются, совокупность перестает соответствовать нормальному распределению в его классической форме что по нашему мнению, можно учесть модификацией нормального закона для ограниченной области рассеяния.

Такая модификация заключается в переходе от рассеяния по нормальному закону (в пределах $\pm\infty$) к закону рассеивания в ограниченной области. Закон рассеяния в ограниченной области при достаточном удалении отражающих границ от источника близок к нормальному закону и, следовательно, его аналитическое выражение может быть получено как обобщение нормального закона распределения с использованием известного в физике метода фиктивных источников (в данном случае – центров рассеяния).

Идея моделирования рассеяния в ограниченной области с помощью фиктивного источника иллюстрируется рис. 2. Фиктивный источник размещается за отражающей границей зеркально по отношению к действительному центру и «отражает» (компенсирует) рассеяние, выходящее за ограничение. Действительное распределение является суммой рассеяния обоих источников.

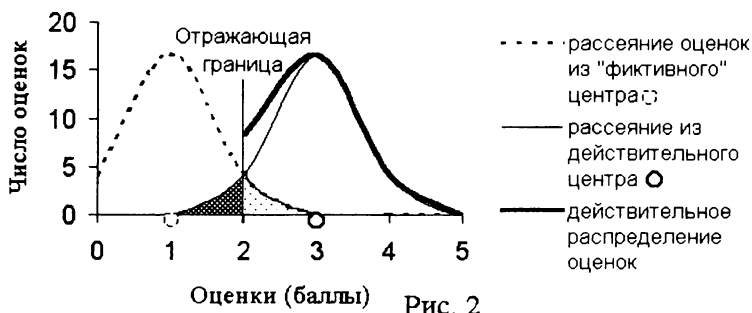


Рис. 2

При большой дисперсии рассеяние, «отраженное» от одной границы, достигает другой границы и компенсируется еще двумя фиктивными центрами и т. д. В общем случае математическая модель рассеяния (функция плотности вероятностей) в ограниченной области является суммой функций распределения истинного и множества фиктивных центров:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left\{ \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \exp\left[-\frac{(x-2a+x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \exp\left[-\frac{(x-2b+x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{(x-2a+2b-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \exp\left[-\frac{(x+2a-2b-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \dots \right\},$$

где: $f(x)$ – функция плотности вероятностей распределения случайной величины x (оценки 2, 3, 4, 5); x_0 – центр распределения; σ – среднеквадратичное отклонение рассеяния; a – нижняя граница рассеяния оценок; b – верхняя граница рассеяния оценок.

В пределе при $a \rightarrow -\infty$ и $b \rightarrow +\infty$ слагаемые с этими параметрами стремятся к нулю, и остается математическое выражение нормального закона в его классической форме. Практически обсуждаемая модель распределения сходится к нормальному закону при меньшем удалении границ: $a \leq x_0 - 3\sigma$ и $b \geq x_0 + 3\sigma$.

На рис. 3 представлены результаты обработки и моделирования фактических оценок при проверке 25 контрольных работ в классе по теме «Компьютер». Подгонка обсуждаемой модели выполнена с параметрами $x_0 = 4,19$ и $\sigma = \pm 0,89$. Фактические данные приведены в виде гистограммы, результаты моделирования – как график частот, рассчитанных с указанными параметрами по функции плотности вероятностей для двух фиктивных источников.

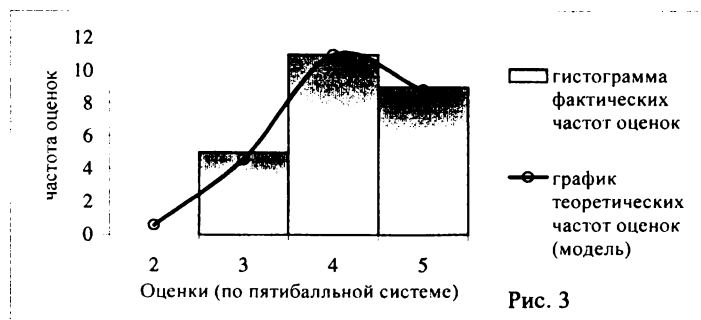
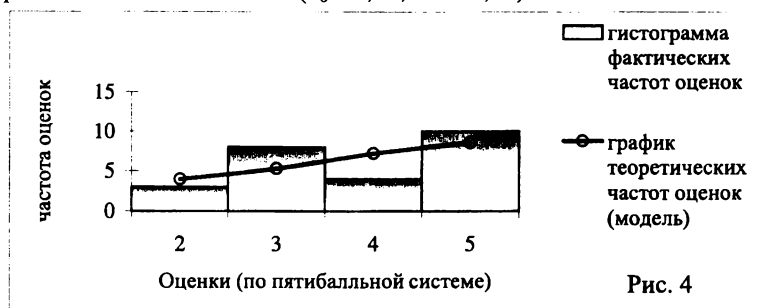


График теоретических частот хорошо согласуется с гистограммой (рис. 3) и показывает, что усвоение темы характеризуется однородным мономодальным распределением оценок с параметром σ , близким к обычному разбросу объема знаний, умений и навыков и методического рассужения [1].

На рис. 4 приведена гистограмма с результатами обработки оценок при проверке 25 контрольных работ по теме «Основы логики» и график теоретических частот, рассчитанных по функции плотности вероятностей с четырьмя фиктивными источниками ($x_0 = 4,98$; $\sigma = \pm 2,23$).



Здесь адекватность аппроксимирующей кривой экспериментальным данным визуально не так очевидна, как в предыдущем случае (рис. 3), но расхождение эмпирической и теоретической накопительных функций не превышает 0,07, и по λ -критерию А. Н. Колмогорова вероятность таких расхождений близка к 0,99.

Отметим, что хотя совокупность оценок подчиняется одному и тому же закону распределения, рассеяние с $\sigma = \pm 2,23$ более чем вдвое превышает обычные случайные флуктуации уровня усвоения материала и его оценивания. Это указывает на действие дополнительных причин разброса оценок. Такими причинами могут быть значительный разброс учащихся по уровню усвоения материала знаний и методике оценивания.

На рис. 5 приведено смешанное распределение 25 оценок при значимом групповом различии усвоения темы, связанном с пропуском 16-ю учащимися занятий, предшествовавших оцениванию. Смешанная совокупность фактиче-

ских оценок представлена гистограммой. Теоретические частоты (графики) рассчитывались по функции плотности вероятностей с четырьмя фиктивными источниками для всей смешанной совокупности и при ее разделении на две однородные (успевающую и неуспевающую группы).

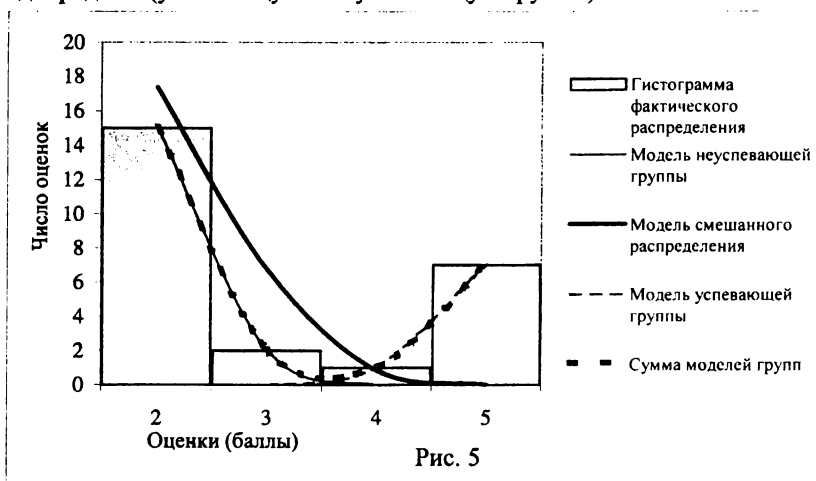


Рис. 5

Как видно из рис. 5, теоретические частоты с наиболее подходящими параметрами ($x_0 = 2,00$; $\sigma = \pm 0,87$) для всей смешанной совокупности значительно отличаются от фактического распределения. Расхождение эмпирической и теоретической накопительных функций превышает 0,28 с вероятностью ошибки отклонения теоретической модели менее 0,05 (по λ -критерию А. Н. Колмогорова).

Разделение смешанной совокупности на однородные с одновременной подгонкой параметров их распределений позволяет выделить:

- неуспевающую группу из 17 человек с параметрами $x_0 = 2,00$ и $\sigma = \pm 0,52$;
- успевающую группу из 8 человек с параметрами $x_0 = 5,00$ и $\sigma = \pm 0,53$.

Теоретические частоты распределения для всей смешанной совокупности складываются из частот, рассчитанных с указанными параметрами для каждой из выделенных групп.

Таким образом, предложенный метод построения функции плотности вероятностей позволяет учитывать особенности распределения школьных баллов и объективно характеризовать статистические закономерности усвоения материала по результатам контрольных работ.

Литература

1. Машенко М. В. Опыт измерения качества базового образования по информатике в классах экономического профиля // Данный сборник С. 252.
2. Каплан В. Е., Каплан М. В. К основам статистической обработки успеваемости в системе мониторинга качества образования // Стандарты и мониторинг в образовании. № 5. 1999. С. 32–39.