

А.А. Попов
ИНТЕРАКТИВНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ
МАТЕМАТИКИ

apopov@vvoi.ru

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола

Illustrating programs for graphic problems of a course of higher mathematics are discussed.

При использовании компьютера на лекциях возникает возможность при иллюстрации графических задач многократно изменять первоначально выведенное изображение и выделять отдельные подзадачи[1]. Каждая иллюстрация должна быть обеспечена компьютерной программой. В докладе обсуждаются такие программы для различных разделов и тем курса высшей математики.

В специальных программах на языке Java представлены гипоциклоида и эпициклоида, которые выводятся на экран малыми отрезками с небольшой временной задержкой. В процессе работы программы могут изменяться параметры, что влечет за собой мгновенное изменение вида кривых. Учитывается известный факт, что каждую кривую описывает точка на ободе колеса, которое катится по окружности, находясь либо внутри нее для гипоциклоиды, либо снаружи для эпициклоиды. При щелчке по заданному полю на экране появляется или исчезает движущийся механизм, выделенная точка которого на ободе колеса описывает иллюстрируемую кривую. При рисовании кривой с выводом движущегося механизма видно, что точка на ободе колеса участвует в двух вращательных движениях. С помощью программы для гипоциклоиды легко проиллюстрировать тот факт, что при определенных условиях, когда радиус неподвижной внешней окружности в 2 раза больше радиуса катящегося колеса, два вращательных движения точки при сложении дают прямолинейное движение, в котором периодически изменяется направление.

С помощью специально разработанной программы проиллюстрирована тема: “Приведение уравнения кривой второго порядка к канонической форме”. Программа выводит на экран 2 уравнения для кривой второго порядка, одно из которых определено в неподвижной системе координат, другое - в движущейся системе координат. Первоначально системы координат совпадают, а уравнения идентичны. Путем поворота осей и их параллельного переноса можно изменить положение подвижной системы координат, что влечет за собой изменение уравнения кривой. Программа завершает свою работу при таком положении движущейся системы координат, в которой уравнение кривой второго порядка принимает канонический вид эллипса, гиперболы или параболы. В полученной системе координат рисуется найденная кривая. При нажатии дополнительной клавиши выводятся фокусы кривых, директриса для параболы, основной прямоугольник с асимптотами для гиперболы. Существуют два варианта этой программы. В первом варианте управление производится нажатием клавиши Enter, после которого движущаяся система координат последовательно изменяет свое положение. В этой программе нужное положение системы координат ищется автоматически. Во второй программе для управления используются 7 клавиш: 2 для поворота осей, по 2 для организации параллельного переноса осей в горизонтальном и вертикальном направлении, еще одна клавиша используется для изменения величины приращения параметров. Во второй программе нужное положение системы координат ищется вручную, что требует определенного времени, а также знания

теории. В таком виде программа может быть использована для самостоятельной работы студентов или в качестве лабораторной работы.

При интегрировании дифференциальных уравнений вида $y'=f(x,y)$ одним из методов, позволяющим получить интегральную кривую является метод изоклин. Производную функции y' можно интерпретировать, как тангенс угла наклона касательной к интегральной кривой в точке с координатами x,y и значением $f(x,y)$. На координатной плоскости строятся малые отрезки касательных, и проводится интегральная кривая таким образом, чтобы нанесенные отрезки были касательными к данной кривой. Начальное значение интегральной кривой в виде точки на плоскости выбирается произвольным образом щелчком мыши. При каждом нажатии клавиши Enter к интегральной кривой добавляется малая часть, причем видно, что заранее нанесенные отрезки касаются кривой по всей ее длине. Для иллюстрации графического решения дифференциальных уравнений $y' = x^2$ и $y' = x^2 + y^2$ написаны две программы на языке Java. Для этих программ реализованы их модификации, в которых автоматически и одновременно строится несколько десятков интегральных кривых с разными начальными условиями.

При изучении рядов Фурье представляет интерес рассмотрение процесса суммирования гармоник для периодических функций различного вида. В частности, рассмотрены узкие прямоугольные импульсы и импульсы с экспоненциально изменяющейся амплитудой, причем, показатель экспоненты можно изменять в процессе выполнения программы. Найдена интересная геометрия, в которой периодически расположены равнобедренные треугольники и горизонтальные отрезки прямых линий с переменной амплитудой. Данная геометрия включает семейство периодических кривых с точками разрыва и непрерывную функцию. В точках разрыва сумма гармоник имеет, так называемые колебания Гиббса[2]. При большом количестве гармоник невозможно графически исследовать это явление из-за недостаточного разрешения, т.е. точки кривой могут пропустить быстрые колебания. При нажатии и удерживании левой кнопки мыши выводится увеличенная в 10 раз окрестность выбранной точки в отдельном окне, что дает возможность провести более детальное исследование любого участка кривой. Геометрия с непрерывной кривой выделена в отдельную программу. Причем амплитуда каждого второго треугольника может неограниченно возрастать.

В заключение можно отметить, что любое интерактивное изображение, сопровождающее лекцию или практическое занятие, вызывает интерес у студентов и настраивает их на освоение сложного материала.

Библиографический список

1. *Попов А.А.* Динамические схемы для иллюстраций лекций по программированию. Вестник Московского городского педагогического университета. Серия “Информатика и информатизация образования”, - Москва-Йошкар-Ола: 2008, №1(11), с.105-107.
2. *Ланцюш К.* Практические методы прикладного анализа, М.: Физматгиз, 1961, 524с.